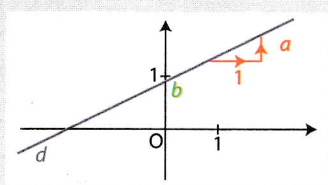
7 Équations de droites

FICHE 48 Bien démarrer

▸ *a* et *b* désignent des nombres réels.
Dans un repère orthonormé, la représentation graphique d'une **fonction affine** $x \mapsto ax + b$ est constituée de tous les points de coordonnées $(x ; ax + b)$. C'est une droite *d*.
- Le nombre *a* est le coefficient directeur de la droite *d*.
- Le nombre *b* est l'ordonnée à l'origine de la droite *d*.

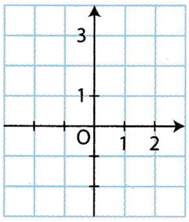


1 Tracer une représentation graphique (1)

Dans un repère orthonormé, *d* est la droite qui représente la fonction affine $f : x \mapsto 2x - 1$.

a. Calculer $f(0)$ *et* $f(2)$ puis en déduire les coordonnées de deux points de *d*.

b. Tracer la droite *d*.

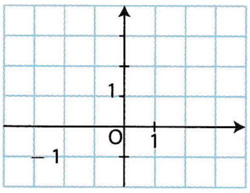


2 Tracer une représentation graphique (2)

Dans un repère orthonormé, *d* et *d'* sont les droites qui représentent respectivement les fonctions affines :

$$x \mapsto -x + 3 \text{ et } x \mapsto \frac{1}{3}x + 1.$$

Utiliser l'ordonnée à l'origine et le coefficient directeur de chaque droite pour les tracer.



3 Reconnaître l'appartenance à une droite

Dans un repère orthonormé, *d* est la droite qui représente la fonction affine $x \mapsto 4x - 7$.

Déterminer si le point appartient ou non à la droite *d*.

a. A$(8 ; 25)$ **b.** B$(-2 ; 1)$ **c.** C$(32{,}5 ; 123)$

4 Calculer des coordonnées

Dans un repère orthonormé, *d* est la droite qui représente la fonction affine $g : x \mapsto -3x + 4$.

M$(18 ; y)$ et N$(x ; 100)$ sont deux points de *d*.

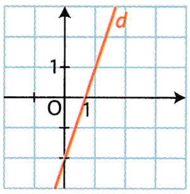
Déterminer x et y.

5 Déterminer une fonction affine

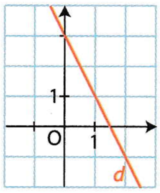
Dans un repère orthonormé, la droite *d* représente une fonction affine *f*.

Dans chaque cas, indiquer l'ordonnée à l'origine *b* et le coefficient directeur *a* de la droite *d* puis donner l'expression de $f(x)$.

a.



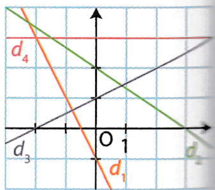
b.



6 Reconnaître une représentation graphique

Pour chaque droite de ce graphique, lire son coefficient directeur *a* et son ordonnée à l'origine *b*.

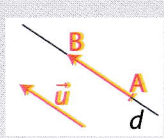
En déduire la fonction représentée pour chaque droite.



$d_1 : x \mapsto$ .... $d_2 : x \mapsto$ ....

$d_3 : x \mapsto$ .... $d_4 : x \mapsto$ ....

Vecteurs directeurs d'une droite



- Dire qu'un vecteur non nul $\vec{u}$ est **un vecteur directeur** d'une droite *d*, signifie qu'il existe deux points A et B de *d* tels que $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$.
- *d* est la droite qui passe par un point A et de vecteur directeur $\vec{u}$.
Un point M appartient à la droite *d* si, et seulement si, les vecteurs **$\vec{u}$ et $\overrightarrow{AM}$ sont colinéaires.**
- Deux droites *d* et *d′* de vecteurs directeurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont **parallèles** si, et seulement si, **$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.**

Deux calculs

- Calculer $A = (\sqrt{3}+3)(\sqrt{3}-3)$.

....

- Résoudre l'équation $x^2 - 1 = -\dfrac{5}{4}$.

....

....

★

1 Dans un repère orthonormé, $A(-20;5)$ et $B(28;23)$ sont deux points et $\vec{u}\,(8;3)$ est un vecteur.

a. Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.

b. Expliquer pourquoi $\vec{u}$ est un vecteur directeur de la droite (AB).

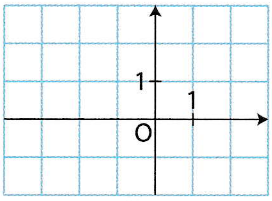
2 Dans un repère orthonormé, $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont des vecteurs directeurs respectifs des droites *d* et *d′*.
Calculer le déterminant du vecteur $\vec{u}$ et du vecteur $\vec{v}$ puis interpréter le résultat.

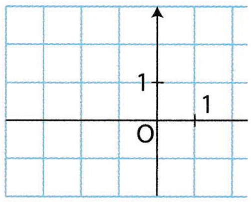
a. $\vec{u}\,(4;-10)$ et $\vec{v}\,(-6;15)$ **b.** $\vec{u}\,(6;4)$ et $\vec{v}\,(7;5)$

3 Dans un repère orthonormé, $C(-1;-2)$; $D(7;-5)$ et $M(103;-41)$ sont trois points.
Le point M appartient-il à la droite (CD) ?

4 Dans le repère orthonormé donné, tracer la droite qui passe par le point A et dont $\vec{u}$ est un vecteur directeur.

a. $A(-3;2)$ et $\vec{u}\,(5;-3)$ **b.** $A(0;2)$ et $\vec{u}\,(-2;-3)$





5 Dans un repère orthonormé, $A(2;-3)$, $B(-4;9)$ et $C(-3;6)$, $D(1;-2)$ sont quatre points.

a. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$.

....

....

b. Calculer le déterminant du vecteur $\overrightarrow{AB}$ et du vecteur $\overrightarrow{CD}$.

....

c. Que peut-on en déduire pour les droites (AB) et (CD) ?

....

★★

6 Dans un repère orthonormé, $E(4;\,3)$, $F(4;\,1)$, $G(-5;7)$ et $H(10;-1)$ sont quatre points.

1. a. Calculer les coordonnées d'un vecteur directeur de chacune des droites (EF) et (GH).

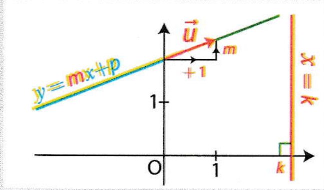
b. Les droites (EF) et (GH) sont-elles parallèles ?

2. Les droites (EH) et (FG) sont-elles parallèles ?

FICHE 50 Équations cartésiennes d'une droite

Le plan est muni d'un repère orthonormé.

- Toute droite d admet une **équation cartésienne** de la forme $ax+by+c=0$ et $\vec{u}\,(-b\,;a)$ est un vecteur directeur de la droite d.
- a, b et c désignent des nombres réels avec $\boldsymbol{a \neq 0}$ **ou** $\boldsymbol{b \neq 0}$.
  L'ensemble des points M dont les coordonnées $(x\,;y)$ sont telles que $ax+by+c=0$ est une droite de vecteur directeur $\vec{\boldsymbol{u}}\,(-\boldsymbol{b}\,;\boldsymbol{a})$.
- Toute droite **non parallèle à l'axe des ordonnées** a une **équation réduite** de la forme $y=mx+p$; un vecteur directeur de la droite est $\vec{u}\,(1\,;m)$.
  m est la **pente** (ou coefficient directeur) de la droite.
  Toute droite **parallèle à l'axe des ordonnées** a une **équation** de la forme $\boldsymbol{x=k}$.



Deux calculs

- $f(x)=5x^2-2$. Calculer $f\left(\dfrac{2}{3}\right)$.

....

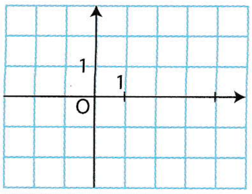
- Résoudre l'inéquation $2x-4 \geqslant \dfrac{1}{2}x+1$.

....

....

★

1 d et d' sont les droites d'équations cartésiennes
$$x+2y-4=0 \text{ et } 2x-3y-3=0.$$
a. Calculer les ordonnées des points de d d'abscisses 0 et 2, puis tracer la droite d.
b. Déterminer un point de d' et un vecteur directeur de d' puis tracer la droite d'.



2 Une droite d passe par le point $A(5\,;9)$ et admet le vecteur $\vec{u}\,(3\,;4)$ pour vecteur directeur.
a. Compléter : $\vec{u}\,(3\,;4)$ est un vecteur directeur de d donc une équation de d est de la forme ...x.....$y+c=0$.
b. Utiliser le point A pour déterminer la valeur de c puis en déduire une équation cartésienne de d.

3 $D(2;\,5)$ et $E(9;\,1)$ sont deux points.
a. Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{DE}$.
b. Déterminer une équation cartésienne de la droite (DE).
c. En déduire une équation réduite de la droite (DE) puis la pente de cette droite.

4 d et d' sont les droites d'équations cartésiennes respectives $3x-15y+6=0$ et $-7x+35y+9=0$.
Déterminer si les droites d et d' sont parallèles ou non.

5 d est la droite d'équation : $3x+2y+6=0$.
Déterminer une équation de la droite d' parallèle à d passant par le point $A(1\,;5)$.

FICHE 51 Systèmes d'équations linéaires

▸ Un **système de deux équations linéaires à deux inconnues** est la donnée de deux équations d'inconnues x et y de la forme ci-contre (avec a, b, c, a', b', c' nombres réels).
Une **solution** de ce système est un **couple** $(x\,;y)$ qui vérifie **simultanément** ces deux équations. **Résoudre** ce système, c'est trouver toutes ses solutions.

$$\begin{cases} ax+by+c=0 \\ a'x+b'y+c'=0 \end{cases}$$

▸ On considère le système (**S**) $\begin{cases} ax+by+c=0 \\ a'x+b'y+c'=0 \end{cases}$ avec $a \neq 0$ ou $b \neq 0$, $a' \neq 0$ ou $b' \neq 0$.

Dans un repère orthonormé, $ax+by+c=0$ et $a'x+b'y+c'=0$ sont les équations de deux droites d et d'.
$\vec{u}\,(-b\,;a)$ et $\vec{v}\,(-b'\,;a')$ sont des vecteurs directeurs respectifs de d et d'.
Il y a trois cas possibles pour l'ensemble des solutions du système (**S**). Les voici :

$ab' - a'b \neq 0$	$ab' - a'b = 0$	
d et d' sont sécantes en A $(x_0\,;y_0)$. **(S) a un seul couple solution** $(x_0\,;y_0)$.	d et d' sont strictement parallèles. **(S) n'a pas de couple solution.**	d et d' sont confondues. **(S) a une infinité de couples solutions.**

Deux calculs

- Calculer l'aire $\mathscr{A}$ d'un carré de périmètre 2,8 m.

....

- Factoriser $A = \dfrac{x^2}{4} + \dfrac{x}{4} + \dfrac{1}{16}$.

....

★

1 (**S**) est le système $\begin{cases} 5x-3y=17 \\ 2x+y=9 \end{cases}$.

a. Expliquer pourquoi (**S**) a un seul couple solution.
b. Exprimer y en fonction de x dans la 2e équation.
c. Substituer y dans la 1re équation puis calculer x.
d. Calculer la valeur de y puis conclure.

2 (**S**) est le système $\begin{cases} x+y=9 \\ x-y=5 \end{cases}$.

a. Expliquer pourquoi (**S**) a un seul couple solution.
b. Additionner membre à membre les deux équations et déterminer x.
c. Terminer la résolution du système.

3 (**S**) est le système $\begin{cases} x+3y=8 \\ 2x+7y=6 \end{cases}$.

a. Expliquer pourquoi (**S**) a un seul couple solution.
b. Multiplier chaque membre de la 1re équation par -2.
c. Additionner membre à membre l'équation obtenue et la 2e équation puis terminer la résolution du système.

4 (**S**) est le système $\begin{cases} x+y=1 \\ 2x+2y=4 \end{cases}$.

a. Expliquer pourquoi (**S**) n'a pas un seul couple solution.
b. Expliquer pourquoi (**S**) n'a pas de couple solution.

5 (**S**) est le système $\begin{cases} x-2y=4 \\ 0{,}5x-y=2 \end{cases}$.

Expliquer pourquoi (**S**) a une infinité de couples solutions. Préciser lesquels.